

受 験 番 号					

東京大学大学院新領域創成科学研究科  
環境学研究系 海洋技術環境学専攻  
平成 29 (2017) 年度大学院入学試験問題  
修士課程・博士後期課程共通

専門基礎科目  
「論理的思考能力を見るための数理的問題」  
入学試験問題及び解答用紙

平成 28 (2016) 年 8 月 22 日 (月) 9:30~11:00 (90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所などがあった場合には挙手し、試験監督者に伝えること。
3. このページの最上部の欄に受験番号のみ記入しなさい。それ以外の箇所に受験番号、氏名を書いてはいけません。
4. 問題は全部で 9 問あります。9 問全てに解答しなさい。
5. それぞれの問題の下に解答の道筋を書き、四角の中に答を記入しなさい。
6. 計算用紙は別に配布します。



## 第1問

質量  $m$  の球を床からの高さ  $h$  より落下させる。球の大きさを無視できるとしたとき、以下の問いに答えなさい。ただし重力加速度を  $g$ 、床における跳ね返り係数を  $r$  とする。跳ね返り係数は球が床に衝突して跳ね返る後と前の速さの比を表し、 $0 < r < 1$  とする。

(1) 球が最初に床に衝突して跳ね返った後の速さを求めなさい。

(2) 無限時間経過後の球の軌跡の長さを求めなさい。

## 第2問

半径  $a$  の円が、直交座標系  $o-xy$  平面上の  $x$  軸上をすべることなく転がるとき、この円周上に固定した点  $P$  の軌跡と  $x$  軸で囲まれた図形の面積を求めよ。ただし、点  $P$  の初期位置は原点にあり、 $0 \leq x \leq 2\pi a$  とする。



### 第3問

$\text{Int}(x)$ は、 $x$ の小数点以下を切り捨てる関数であるとする（例； $\text{Int}(3.79)=3$ ）。

(1)  $\text{Int}(x^2+y^2) = 1$  を満たす  $x, y$  が存在する直交座標系  $o-xy$  平面上の領域の面積を求めよ。



(2)  $\text{Int}(x^2+y^2) \times \text{Int}((x-1)^2+y^2) = 0$  を満たす  $x, y$  が存在する直交座標系  $o-xy$  平面上の領域の面積を求めよ。



#### 第4問

初期条件 ( $t=0$ 、 $y=0$ 、 $y'=1$ ) のもとで、ラプラス変換により次の微分方程式を解け。  
途中経過も示すこと。

$$y'' + 2y' - 3y = e^t$$

## 第5問

ウサギとカメが徒競走をした。ウサギとカメは同じ場所から同時に出発し、 $t$ 時間後における速度はそれぞれ $2e^{-t^2}$  [km/h]および $0.2$  [km/h]である。以下の問いに答えなさい。ただし、 $\ln 2 = 0.6931$ 、 $\ln 3 = 1.0986$ 、 $\ln 5 = 1.6094$  を使用してもよい。

- (1) ウサギが先行しており、両者の距離が最も大きくなったとき、カメが出発してから進んだ距離を有効数字2桁で求めよ。

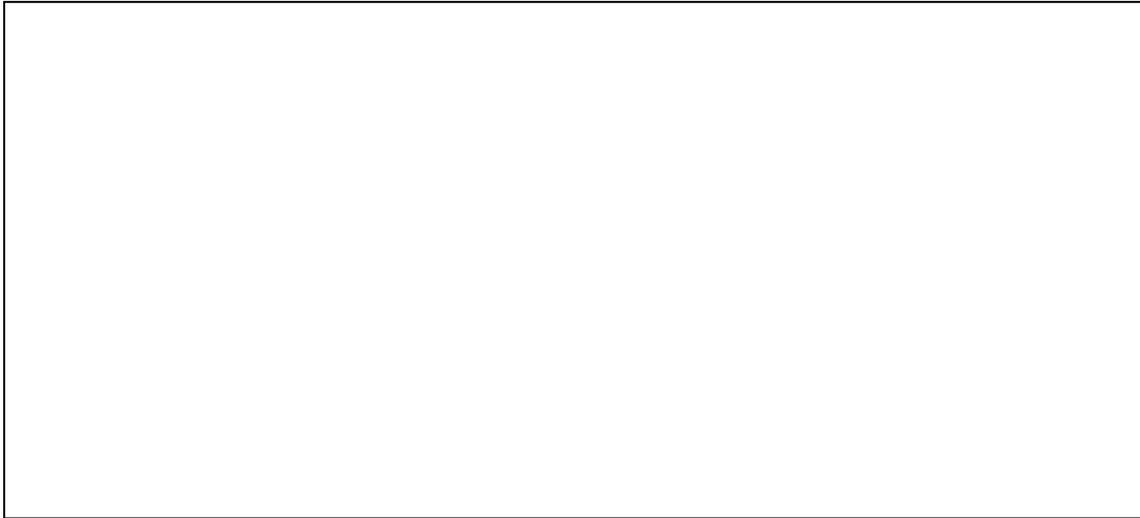
- (2) (1)のとき、ウサギが進んだ距離は1.7 km 未満であることを示せ。

## 第6問

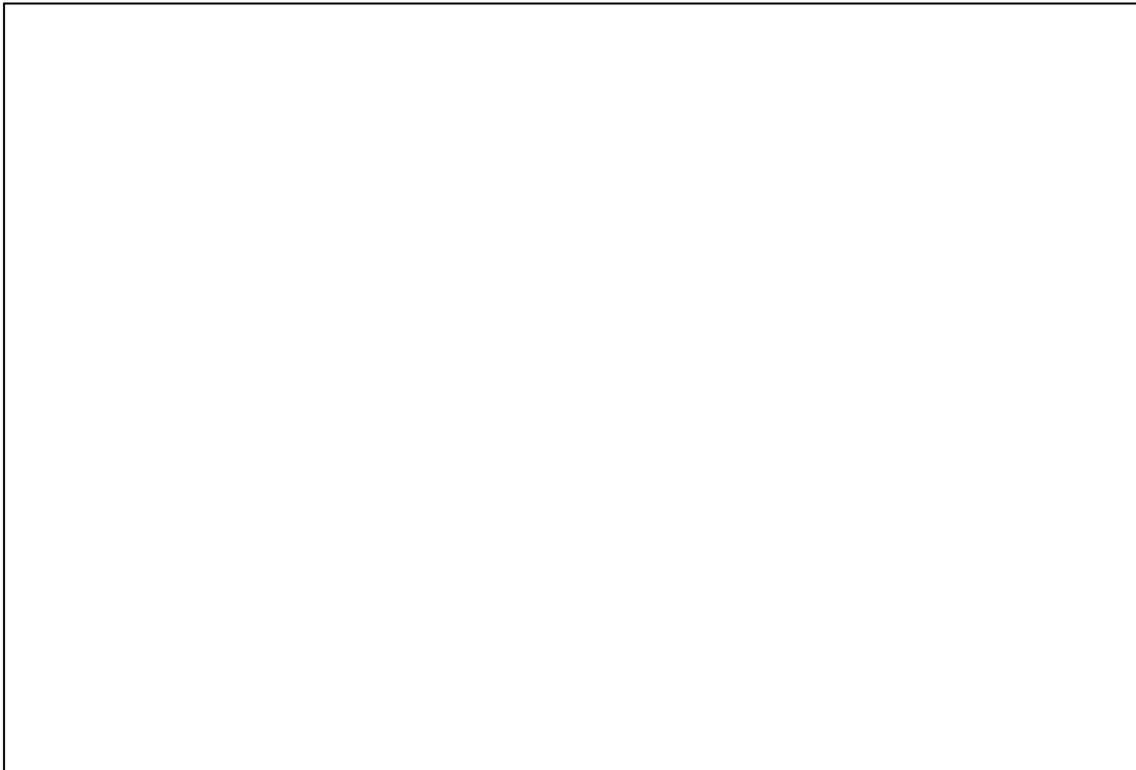
ある乱数発生機において、実数  $x$  が出現する確率  $f(x)$  は以下のとおりである。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2b^2}\right)$$

- (1)  $x$  の期待値が  $a$  であることを示せ。



- (2)  $x$  の分散が  $b^2$  であることを示せ。



## 第7問

段数が無限大の階段があるとする。ある人が、最初 0 段目において、コインを投げて表が出たら 1 段上がって立ち止まり、裏が出たら 2 段上がって立ち止まり、これを繰り返していくとする。ただしコインの表と裏は同じ確率で出るとする。

- (1) 4 段目に立ち止まることある確率  $P_4$  を求めよ。

- (2)  $N$  段目に立ち止まることある確率  $P_N$  を  $N$  を使った式で示し、 $N$  が非常に大きくなったときに  $P_N$  が収束する値を示せ。

## 第8問

A、B、C、Dの4人は全員10歳以上50歳未満である。下の4人の発言より、考えられる年齢の組合せを全て答えなさい。ただし素数に1は含まれない。

- A: 私の年齢は素数である。また、A、B、C、D4人の年齢を足し合わせても素数となる。
- B: 私の年齢は3つの異なる素数の積で表される。
- C: 私は4人の中で一番年上である。また、私とDとの年齢の差は、私とBとの年齢の差の2倍である。
- D: 私は4人の中で一番年下である。私とAの年齢の和は素数の2乗となる。

--

## 第9問

下のカレンダーのように、第1日が木曜日で月末が31日になる月がある。この月で、研究室に一つしかない実験装置をA、B、C、D、E、Fの6人の学生が使用する計画を立てる。実験装置は1日に1回、1人でしか使えない。各学生の希望は以下のとおりである。

- A: 毎週同じ曜日で続けて4回使いたい。
- B: 7日間続けて使いたい。
- C: 5日間続けて使い、その後いつでもよいので最低1回は使いたい。すべて平日(土・日以外)にしてほしい。
- D: 1日おきに続けて6回使いたい。
- E: 同じ曜日に2回使いたい。
- F: 3回使いたい。

日	月	火	水	木	金	土
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

- (1) 学生全員の希望を満たしつつ、Eの使用する2回目の日が最も早くなるように計画を立てた場合、Fの使用する3回目の日が最も早くなるのはいつになるか示せ。

- (2) 学生全員の希望を満たしつつ、Fの使用する3回目の日が最も早くなるように計画を立てた場合、Eの使用する2回目の日が最も早くなるのはいつになるか示せ。





受 験 番 号					

東京大学大学院新領域創成科学研究科  
環境学研究系 海洋技術環境学専攻  
平成 30 (2018) 年度大学院入学試験問題  
修士課程・博士後期課程共通

専門基礎科目  
「論理的思考能力を見るための数理的問題」  
入学試験問題及び解答用紙

平成 29 (2017) 年 8 月 21 日 (月) 9:30~11:00 (90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所などがあった場合には挙手し、試験監督者に伝えること。
3. このページの最上部の欄に受験番号のみ記入しなさい。それ以外の箇所に受験番号、氏名を書いてはいけません。
4. 問題は全部で 9 問あります。9 問全てに解答しなさい。
5. それぞれの問題の下に解答の道筋を書き、四角の中に答を記入しなさい。
6. 計算用紙は別に配布します。

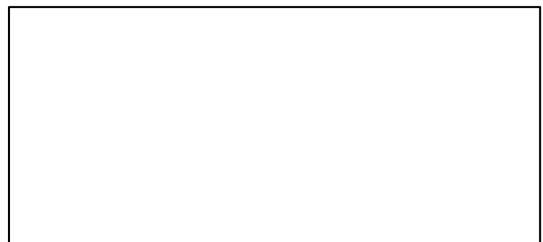


## 第 1 問

実数の独立変数 $x, y$ で複素数 $z = x + iy$ を定義する。ここに、 $i$ は虚数単位である。また、正則関数 $w = f(z)$ の実部と虚部を、それぞれ $u(x, y), v(x, y)$ とする。

$$u(x, y) = (x + 2)\{(x + 2)^2 - 3y^2\}$$

の時の $v(x, y)$ を求めよ。



## 第2問

$A$ は実数を成分とする  $2 \times 2$  の行列、 $p, q, r, s$ は実数で

$\begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} q \\ s \end{pmatrix}$ は零ベクトルではないとする。

$A \begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} q \\ s \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} q \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix}$  が成り立つとき、

(1)  $\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ は逆行列を持つことを証明せよ。

(2)  $A^2$ を求めよ。

### 第3問

あるスーパーマーケットでは、カート置き場が東口、中央口、西口の3か所にある。買い物客は、どの置き場からカートを借り、どの置き場に返却してもよい。台数の変化を調べたところ、1日が終わった後に、東口のカートは1割が中央口に、1割が西口に、中央口のカートは3割が東口に、2割が西口に、西口のカートは2割が東口に、1割が中央口に移動することがわかった。240台のカートがあるとき、全ての置き場で台数が変わらないようにするためには、どのような配分で置けばよいか。



#### 第4問

以下の行列 $A$ を、対称行列 $P$  ( $P = P^t$ ) と交代行列 $Q$  ( $Q = -Q^t$ ) の和で表わした時の $P$ ,  $Q$ を求めよ。ここに、 $P^t$ ,  $Q^t$ は、それぞれ $P$ ,  $Q$ の転置行列である。

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & -6 \\ 7 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$P =$

$Q =$

## 第 5 問

1 辺の長さが 1 の正方形に内接する正三角形を考える。

(1) 上述の正三角形の面積が最大となる場合を図示せよ。



(2) 最大となる面積を求めよ。



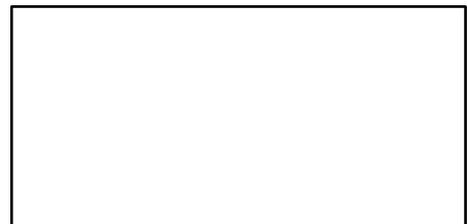
## 第 6 問

$O, A, B, C$  を頂点とする 4 面体の 3 つの線分  $OA, OB, OC$  が互いに直交し、それぞれの長さが  $a, b, c$  であるとき、頂点  $O$  から平面  $ABC$  へ下ろした垂線の長さを求めよ。



## 第7問

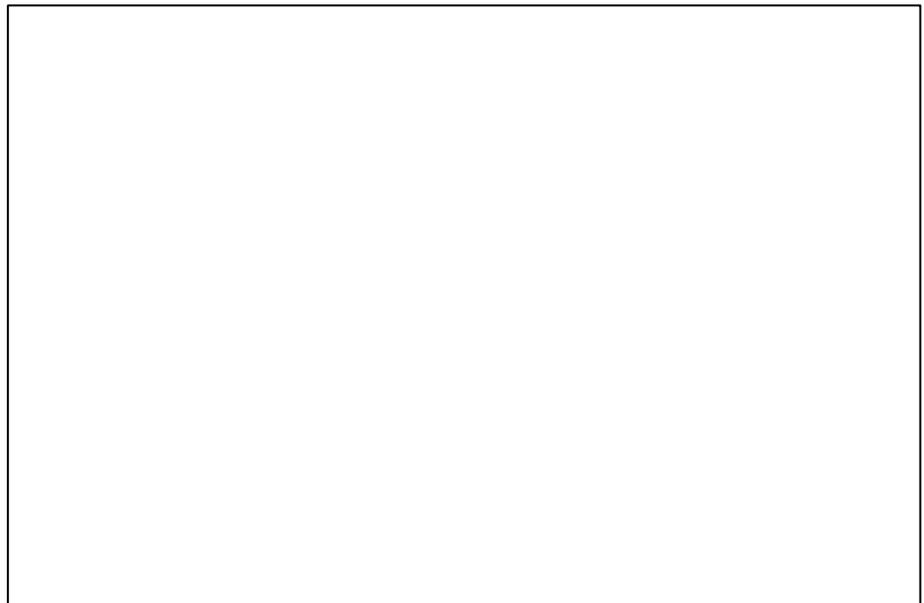
ある船が真っ直ぐに進み港Aから港Bに到着し、すぐに同じルートで港Bから港Aに戻ってくる。この往復の間、無風では船の速度は一定である。つぎに、風が港Aから港Bに向かって吹いているとき、船の速度は無風の場合よりも、ある速度だけ追い風では増加し、向かい風では同じ速度だけ減少する。風がある場合、無風の時に比べ往復時間は、(1) 増える、(2) 減る、(3) 同じ、のうちいずれであるか。なお速度は対地速度とする。



## 第 8 問

列車 A が、時刻  $T_0$  から  $T_0+T$  分の中にランダムに駅に到着し、 $\alpha$ 分間停車する。列車 B は同じ時間帯に、列車 A とは独立に、ランダムに駅に到着し、 $\beta$ 分間停車する。ただし、列車の到着時刻の確率分布は一様である。

- (1) 列車 B の前に列車 A が駅に到着する確率を求めよ。
- (2) 2つの列車 A と B が駅で出会う確率を求めよ。
- (3) 列車 A と B が駅で出会ったとき、列車 B の前に列車 A が駅に到着している確率を求めよ。



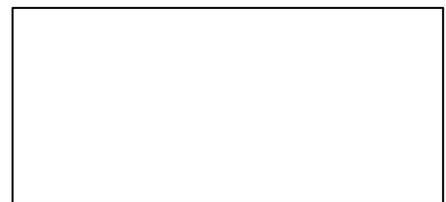
第9問

$a, b, c$ を自然数とする。

1)  $a + b + c = 20$ となる $(a, b, c)$ の組は何通りか。



2)  $a + b + c \leq 20$ となる $(a, b, c)$ の組は何通りか。





受 験 番 号					

東京大学大学院新領域創成科学研究科  
環境学研究系 海洋技術環境学専攻  
平成 31 (2019) 年度大学院入学試験問題  
修士課程・博士後期課程共通

専門基礎科目  
「論理的思考能力を見るための数理的問題」  
入学試験問題及び解答用紙

平成 30 (2018) 年 8 月 20 日 (月) 9:30~11:00 (90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所などがあった場合には挙手し、試験監督者に伝えること。
3. このページの最上部の欄に受験番号のみ記入しなさい。それ以外の箇所に受験番号、氏名を書いてはいけません。
4. 問題は全部で 9 問あります。9 問全てに解答しなさい。
5. それぞれの問題の下に解答の道筋を書き、四角の中に答を記入しなさい。
6. 計算用紙は別に配布します。



第1問

実数  $a, b$  が  $a+2b=10$  を満たすとき、 $2^a + 16^b$  の最小値を求めよ。



第2問

以下の定積分の値を求めよ。

(1)

$$\int_0^{\pi} \left( \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \right)^2 dx$$

(2)

$$\int_1^e (x + x^{-1}) dx$$

### 第3問

$A$ 、 $h$ を正の実数とし、 $a$ と $b$ を以下の式の異なる正の実数根とする。

$$A = x \tan(hx)$$

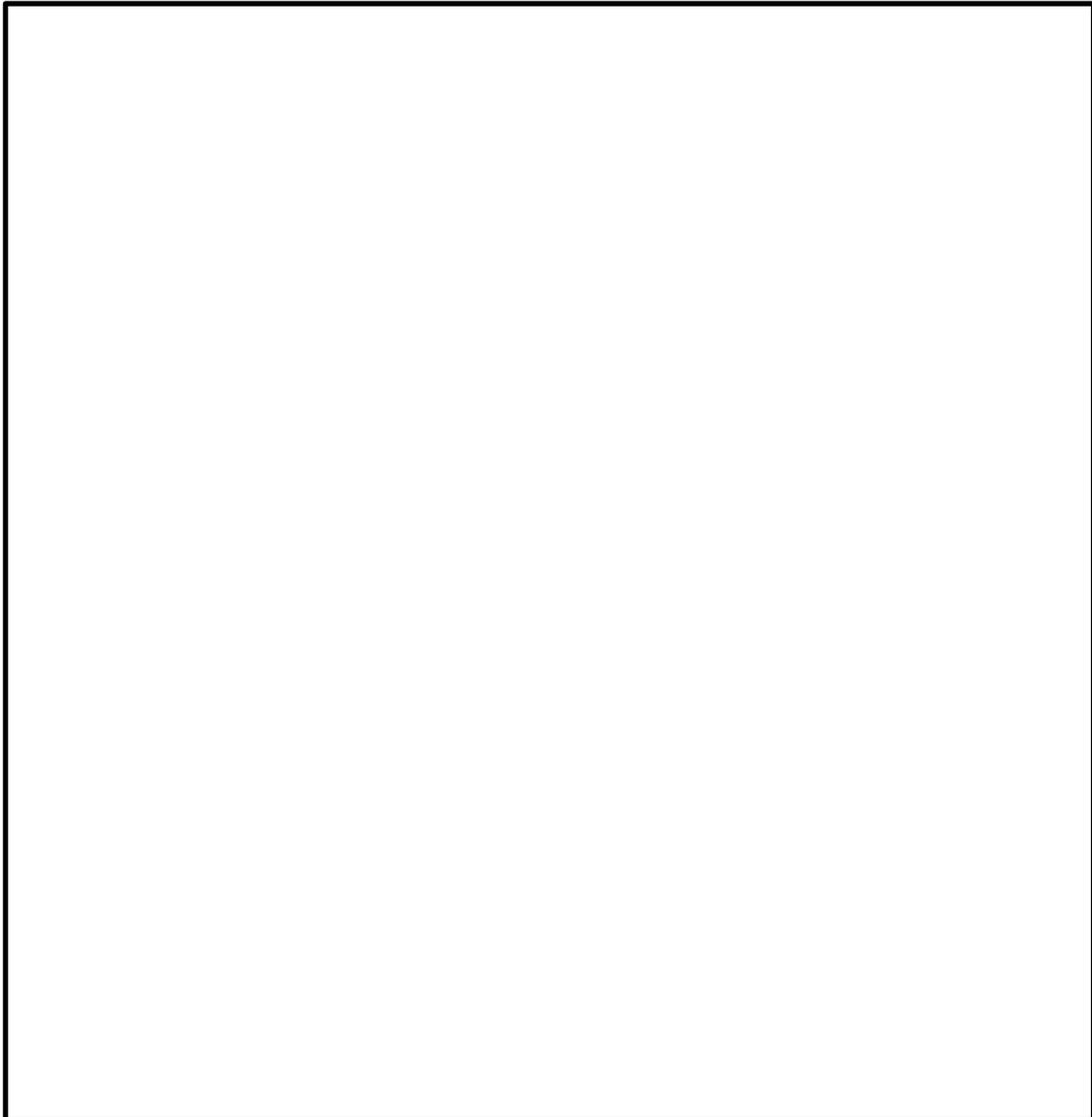
関数 $f_a(x)$ と $f_b(x)$ が次式のように定義される時、

$$f_a(x) = \cos(a(x - h))$$

$$f_b(x) = \cos(b(x - h))$$

以下の定積分を求めよ。

$$I_{ab} = \int_0^h f_a(x)f_b(x)dx$$

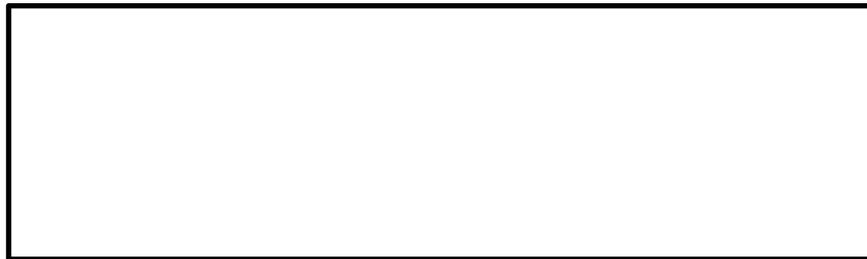


#### 第4問

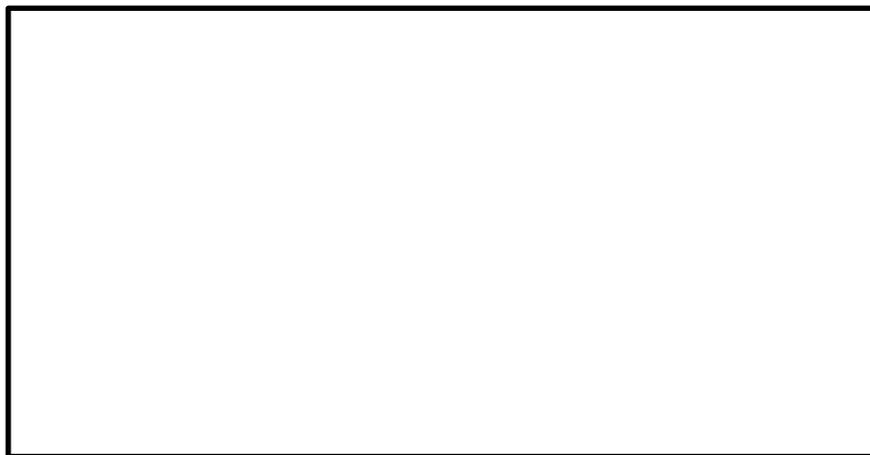
次の行列について、以下の問いに答えよ。

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

(1) 固有値を求めよ。



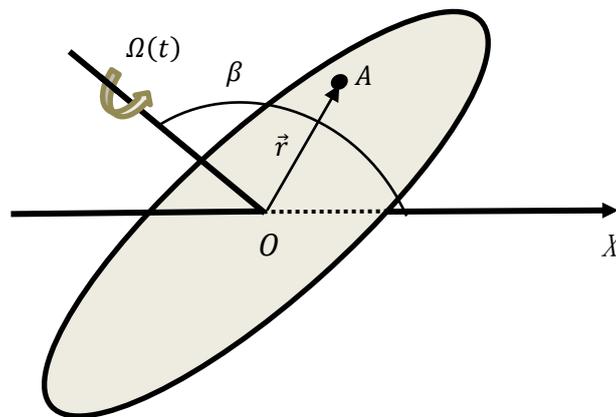
(2) 固有ベクトルを求めよ。



### 第5問

空間に固定された $X$ 軸に対して角度 $\beta$ をなす回転軸の周りを角速度 $\Omega(t)$ で回転する円盤がある。ここで、 $t$ は時間である。円盤の回転中心は空間固定座標( $O - XYZ$ )の原点と一致する。また、円盤上に固定された $A$ 点の位置ベクトルを $\vec{r}$ とする。

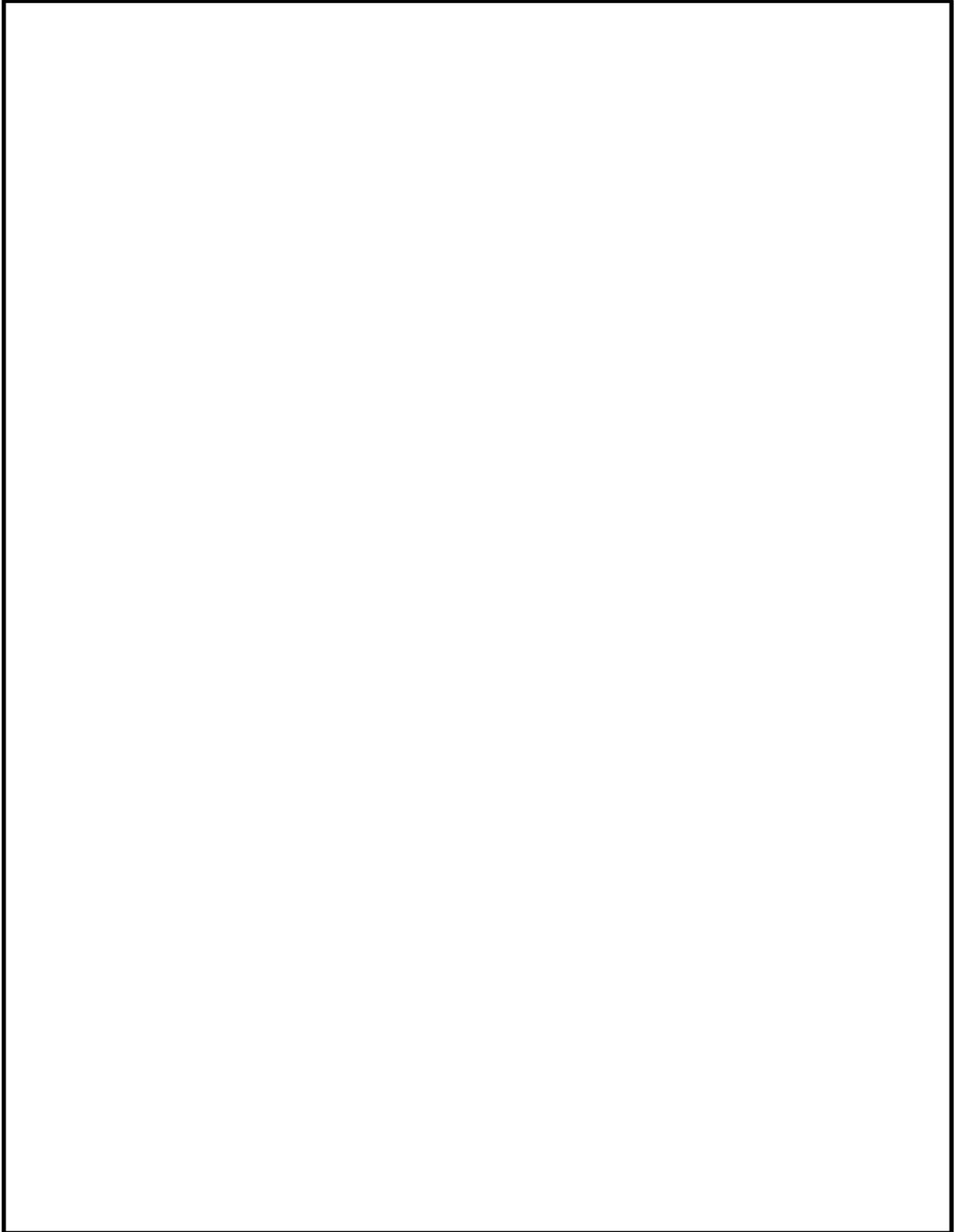
$A$ 点の加速度ベクトルを空間固定座標( $O - XYZ$ )の基底 $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ を用いて表せ。ただし、空間固定座標系の $Y$ 軸、 $Z$ 軸は回答が簡潔に書けるように定義せよ。



第6問

$\triangle ABC$  について、次の等式が成り立つことを証明しなさい。ただし、 $a, b, c$  はそれぞれ辺 BC、CA、AB の長さで、 $\theta$  は  $\angle CAB$  の角度である。

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta$$



## 第7問

互いに異なる正の整数の書かれたカードが3枚ある。A、B、Cの3人がこのカードを1枚ずつランダムに選び、カードに書かれた数を自分の得点とするゲームを行った。このゲームを複数回行った後、A、B、Cそれぞれが取得した得点の合計はそれぞれ10点、8点、18点であった。なお、Bは2回目のゲームでA、Cよりも高い得点のカードを選んだことが分かっている。このとき、1回目のゲームにおいて3人の中で2番目に高い得点のカードを選んだのは誰か、理由とともに答えなさい。

## 第8問

ある整数  $N$  は、5進法で  $abc$  と3桁で記述され、3進法で  $cdee$  と4桁で記述される。ただし  $a$  と  $c$  は1以上の整数、 $b$  と  $d$  と  $e$  は0以上の整数である。このような条件を満たす  $N, a, b, c, d, e$  の組合せを、10進法の表記ですべて示せ。



## 第9問

海底掘削を行う掘削船は、測位システムからの位置情報をもとに、複数のスラストを制御することで位置保持している。合計6基のスラストと1つの測位システムを備えた掘削船を想定する。この掘削船は2基以上のスラストが故障すると位置保持能力を喪失する。ここで、それぞれのスラストが故障する確率を  $p$ 、測位システムが故障する確率を  $q$  としたとき、以下の確率を求めよ。

- (1) 測位システムが故障していないとき、スラストが故障し掘削船が位置保持能力を喪失する確率

- (2) 掘削船が位置保持能力を維持できる確率



受 験 番 号					

東京大学大学院新領域創成科学研究科  
環境学研究系 海洋技術環境学専攻  
令和2(2020)年度大学院入学試験問題  
修士課程・博士後期課程共通

専門基礎科目  
「論理的思考能力を見るための数理的問題」  
入学試験問題及び解答用紙

令和元(2019)年8月19日(月) 9:30~11:00 (90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所などがあった場合には挙手し、試験監督者に伝えること。
3. このページの最上部の欄に受験番号のみ記入しなさい。それ以外の箇所に受験番号、氏名を書いてはいけません。
4. 問題は全部で9問あります。9問全てに解答しなさい。
5. それぞれの問題の下に解答の道筋を書き、四角の中に答を記入しなさい。
6. 計算用紙は別に配布します。



第1問

次の定積分を求めよ。

$$I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$$



## 第2問

整数 $m$ 、任意の実数 $\theta$ について、変数 $x$ 、 $y$ を以下のように定義する。

$$\begin{cases} x(\theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\theta^{2m}}{(2m)!} \\ y(\theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\theta^{2m+1}}{(2m+1)!} \end{cases}$$

ただし $m! \equiv m \times (m-1) \times (m-2) \times \dots \times 2 \times 1$ 、 $0! = 1$ 、 $0^0 = 1$ である。  
このとき、以下の問いに答えよ。

1)  $\frac{dx}{dy}$  を  $x$ 、 $y$  で表せ。

2)  $x$ 、 $y$  の満たす関係を求めよ。

第3問

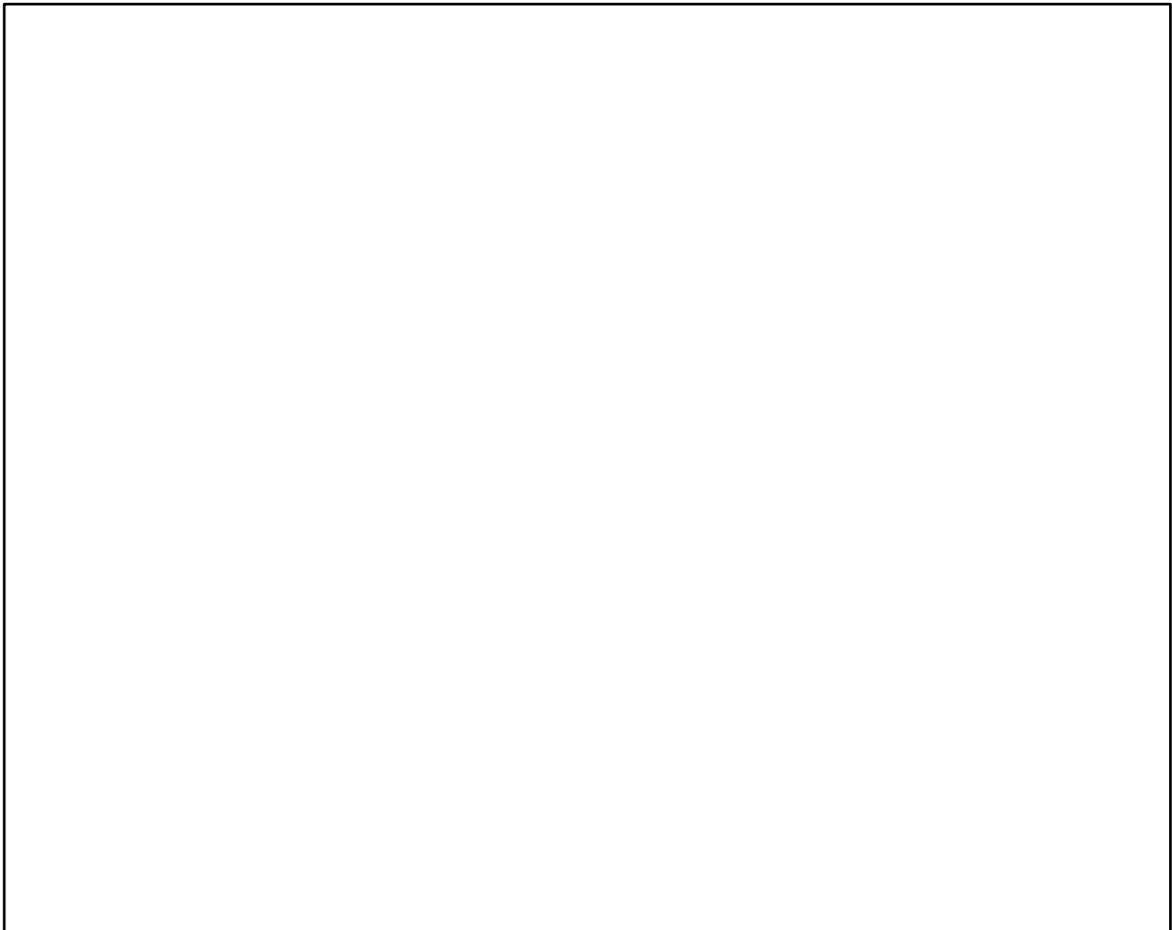
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

について以下の問いに答えよ。

1)  $A^{-1}$ を求めよ。

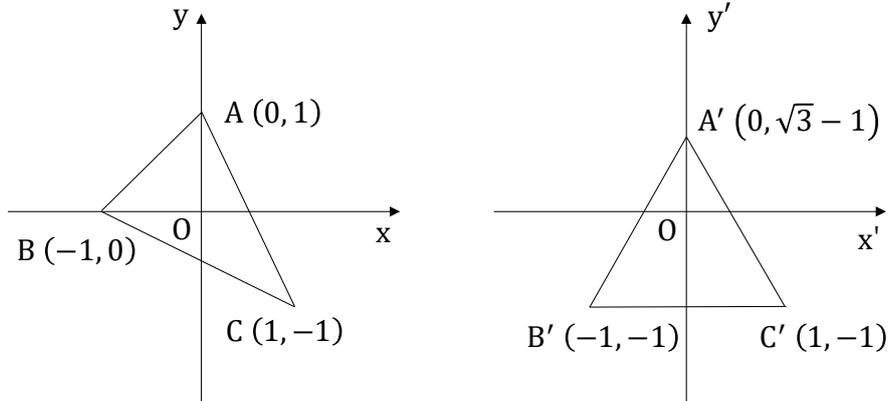


2)  $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ となることを示せ。



#### 第4問

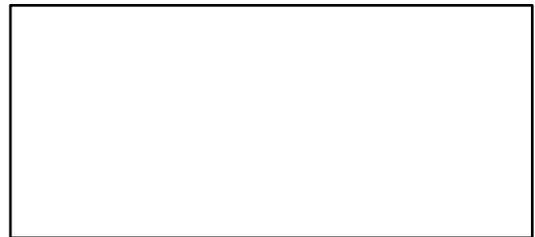
座標系 $Oxy$ 上の三角形 $ABC$ が、座標系 $Ox'y'$ 上の三角形 $A'B'C'$ に変換された。この時、座標系 $Oxy$ 上の任意の点  $\vec{x}$  から座標系 $Ox'y'$ 上の点  $\vec{x}'$  への変換を求めよ。



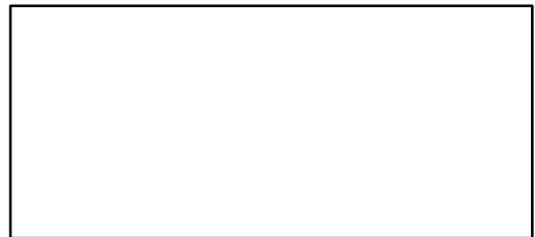
第5問

行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 1-a & a \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。ただし $a$ は実数で、 $0 < a < 1$ とする。

1) 固有値、固有ベクトルを求めよ。



2)  $A^n$ を求めよ。ただし、 $n$  は自然数である。



3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$  を求めよ。



## 第6問

A, B, C の3つの部屋があり、ある猫はブザーが鳴るたびに部屋を移動または留まるものとする。猫がAにいる場合に、ブザーが鳴った後にA, B, Cにいる確率はそれぞれ0.4, 0.6, 0.0である。同様に猫がBにいる場合に、ブザーが鳴った後にA, B, Cにいる確率はそれぞれ0.2, 0.5, 0.3、猫がCにいる場合に、ブザーが鳴った後にA, B, Cにいる確率はそれぞれ0.1, 0.7, 0.2である。

- 1) はじめにAにいた猫が3回目のブザーが鳴った後にA, B, Cの部屋にいる確率をそれぞれ求めよ。

- 2) 十分に大きい回数ブザーが鳴った時に、猫がA, B, Cの部屋にいる確率をそれぞれ求めよ。

## 第7問

ある機械部品を4つの箱に分けて保管する。箱1には2000個の部品が入っていて、その中の5%が不良品である。箱2には500個の部品が入っていて、その中の40%が不良品である。他の2つの箱にはそれぞれ1000個の部品が入っていて、それぞれその中に10%の不良品があるとする。

- 1) 4つの箱からランダムに一つ箱を選び、その中からランダムに1個の部品を取り出したとき、それが不良品である確率を求めよ。

- 2) 1) で選んだ部品が不良品であったとき、それが箱2から取り出された確率を求めよ。

- 3) 4つの箱からそれぞれ一つずつランダムに部品を取り出す。取り出された4つの部品に少なくとも一つ不良品がある確率を求めよ。

## 第8問

容積が12リットル、7リットル、5リットルの目盛の無い容器がそれぞれ一つずつある。はじめ12リットルの容器は水で満たされており、7リットルと5リットルの容器は空である。一つの容器に6リットルちょうどの水を入れるにはどうすればよいか手順を説明せよ。

## 第9問

$p$  が素数のとき、 $(p-1)! + 1$  は  $p$  で割り切れる。これを利用して以下を求めよ。  
ただし正の整数  $m$  について  $m! \equiv m \times (m-1) \times (m-2) \times \cdots \times 2 \times 1$  である。

1)  $9!$  を  $11$  で割ったときの余り

2)  $58!$  を  $61$  で割ったときの余り



受験番号					
Examinee's number					

東京大学大学院新領域創成科学研究科 海洋技術環境学専攻  
令和 4 (2022) 年度大学院入学試験問題 (修士課程・博士後期課程)  
Department of Ocean Technology, Policy, and Environment  
Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo  
Academic Year 2022 Entrance Examination for Master Course and Doctoral Course

## 専門科目

「専門基礎科目(論理的思考能力や数理的能力を問う問題)」

### Specialized Subjects

“Fundamental Specialized Subject (Problems designed to evaluate logical thinking and basic mathematical skills)”

令和 3 (2021) 年 8 月 16 日 (月) 9:30~11:00 (90 分)

August 16 (Mon), 2021 9:30~11:00 (90min.)

#### 注意事項 Notice

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。  
Do not open this test book until the start of the examination.
2. 対面受験者はこの表紙にも受験番号を記入しなさい。  
Write your examinee number on this test book if you are an on-site examinee.
3. 問題は全部で 6 問あります。6 問全てに解答しなさい。  
There are 6 questions in total. Answer all of the 6 questions.
4. 問題の解答の道筋と答を記入し、答を四角で囲みなさい。  
Include your written derivation for your solution and enclose the answer in a box.
5. 対面受験者には計算用紙を別に配布する。  
Sheets for calculation are distributed separately for on-site examinees.

#### オンライン受験者用 For online examinee

1. 解答は必ず受験者本人が作成し、問題と解答を他人に漏洩しないこと。  
Answers must be prepared by the examinee him/herself and do not leak the written test questions and answers to others.
2. 一頁につき一問を解答すること。それぞれの解答用紙の左上に受験番号と解答する問題番号を記入しなさい。  
Answer only one question per page. At the top left of each answer sheet, write your examinee's number and the corresponding question number.
3. 解答は指示に従ってアップロードすること。  
Upload your answers according to the online instructions.



## 第1問

以下の定積分の値を求めよ。

$$\int_0^{\pi} e^x \sin(x) \cos(x) dx$$

## Q1

Obtain the value of the following definite integral.

$$\int_0^{\pi} e^x \sin(x) \cos(x) dx$$

第 1 問 解答用紙 Q1 Answer sheet

## 第2問

$O-xyz$  座標系上に点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  がそれぞれ  $(4,5,7)$ 、 $(2,1,3)$ 、 $(9,7,6)$  で与えられるとき、以下を求めよ。

- (1) 三角形  $OAB$  の面積
- (2) 四面体  $OABC$  の体積

## Q2

Find the following, when points  $A$ ,  $B$  and  $C$  are given on the  $O-xyz$  coordinate system by  $(4,5,7)$ ,  $(2,1,3)$  and  $(9,7,6)$ , respectively.

- (1) Area of triangle  $OAB$
- (2) Volume of tetrahedron  $OABC$

第2問 解答用紙 Q2 Answer sheet

### 第3問

観測点  $O$  から 200 メートル離れた同じ水平面上にある地点  $P$  から、鉛直に毎分 25 メートルの速度で風船を上げる。風船の位置を  $B$  とし、観測点から風船を見上げた角度を  $\angle BOP$  とする。風船が地点  $P$  から 100 メートルの高さに達したとき、 $\angle BOP$  の時間変化率を求めよ。ただし、風船の大きさは考えない。

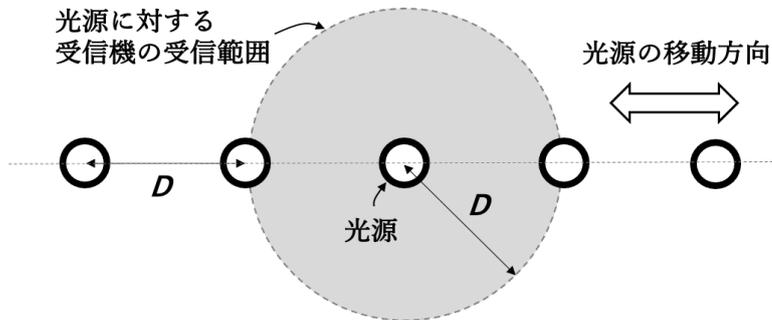
### Q3

A balloon rises vertically at the speed of 25 meters per minute from the point  $P$ , which is 200 meters away from the observation point  $O$  on the same horizontal plane. When the balloon reaches the height of 100 meters from the point  $P$ , find the rate of change in time of  $\angle BOP$  which is the angle of looking up at the balloon from the observation point  $O$ . Assume,  $B$  is the balloon position and the size of the balloon is negligible.

第3問 解答用紙 Q3 Answer sheet

#### 第4問

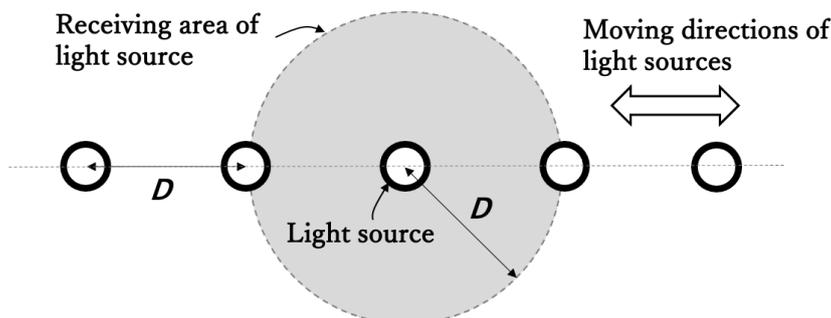
図のように直線上を無数の光源が一定の間隔  $D$  を保って移動している。光は光源から放射状に広がり、受信機は光源から  $D$  の距離まで光を受信できるものとする。受信機は光源が並ぶ直線から距離  $L$  だけ離れた平行な直線の上に一定の間隔  $D/2$  で固定されている。光源と受信機の大きさは無視する。



- (1) 1つの光源からの光を常に1つ以上の受信機で受信できる  $L$  の最大値を求めよ。
- (2) 1つの光源からの光を常に2つ以上の受信機で受信できる  $L$  の最大値を求めよ。

#### Q4

A myriad of light sources is arranged with the constant interval  $D$  and moves on a straight line as shown in the figure. Light spreads radially from a light source and a receiver can receive light within a distance  $D$  from a light source. Receivers are fixed at constant intervals  $D/2$  on a straight line which is parallel to the straight line containing the light sources. The distance between the parallel lines is  $L$ .



Assume, the size of the light sources and receivers is negligible.

- (1) Find the maximum value of  $L$ , when the light from one light source can always be received by one or more receivers.
- (2) Find the maximum value of  $L$ , when the light from one light source can always be received by two or more receivers.

第4問 解答用紙 Q4 Answer sheet

## 第5問

重力によって落下し、空気抵抗を受ける物体を考える。初速 0 の物体に対し、下記の 3 つの場合において、落下速度の時間変化を求めよ。

- (1) 空気抵抗がない場合
- (2) 空気抵抗が物体の速さに比例する場合
- (3) 空気抵抗が物体の速さの 2 乗に比例する場合

3 つの場合において落下速度のグラフを描き、それぞれを比較しながら考察しなさい。

## Q5

Consider a falling object subject to gravity and air drag force. Find the time variations of the object's velocity with an initial velocity of 0 under the following three cases:

- (1) There is no drag force.
- (2) The drag force is proportional to the object's speed.
- (3) The drag force is proportional to the square of the object's speed.

Graph the object's velocity under the three cases. Then compare the curves and discuss their differences.

第5問 解答用紙 Q5 Answer sheet

## 第6問

投手と打者の間で行うあるゲームにおいて、以下のルールが成立しているとする。

- ・ 投手は打者に向かって勝ち負けが決まるまで球を投げる。
- ・ 投手が投げた球は一定の確率でストライクゾーン内に入る。
- ・ 打者は投げられた球に対してバットを振るか振らないかの選択ができる。
- ・ 打者は投げられた球に対してバットを振ると一定の確率で球を打ち返すことができる。
- ・ 打者はストライクゾーン内に投げられた球を打ち返すとその時点で勝ちとなる。
- ・ 打者はストライクゾーンから外れた球を打ち返しても勝ちとはならない。
- ・ 打者はストライクゾーンから外れた球に対して4回バットを振らないとその時点で勝ちとなる。
- ・ 打者は以下の2つの事象が合計3回起こると負けとなる。
  - a) ストライクゾーン内に投げられた球を打ち返せない。
  - b) ストライクゾーンから外れた球に対してバットを振る。

ある打者はバットを振って球を打ち返す確率が2割5分である。投手が投げた球がストライクゾーン内に入る確率が5割であるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) この打者が全ての球に対してバットを振らずに勝つ確率を求めよ。
- (2) 全ての球に対してバットを振らないのと全ての球に対してバットを振るのとの、この打者が勝つ確率が高いのはどちらか、理由とともに答えよ。

## Q6

A game is played between a pitcher and a batter with the following rules:

- ・ The pitcher throws balls towards a batter until the winner is determined.
- ・ Balls thrown enter the strike zone at a certain probability.
- ・ The batter can choose to swing or not to swing at balls thrown.
- ・ When the batter swings the bat, he/she will hit the balls thrown at a certain probability.
- ・ The batter wins if he/she successfully hits a ball thrown inside the strike zone.
- ・ The batter does not win if he/she hits a ball thrown out of the strike zone.
- ・ The batter wins if he/she does not swing the bat at the ball thrown out of the strike zone four times.
- ・ The batter loses if any combination of the following two conditions occurs three times:
  - a) The batter fails to hit a ball that enters the strike zone.
  - b) The batter swings a ball thrown out of the strike zone.

Answer the following questions, when the probability of the batter hitting a ball thrown is 25 % and the probability of the pitcher throwing a ball inside the strike zone is 50 %.

- (1) Obtain the probability for the batter to win by not swinging the bat at all balls thrown.
- (2) Which has a higher probability for the batter to win: not swinging the bat at all balls thrown or swinging the bat at every ball thrown? Answer with reasons.

第6問 解答用紙 Q6 Answer sheet

